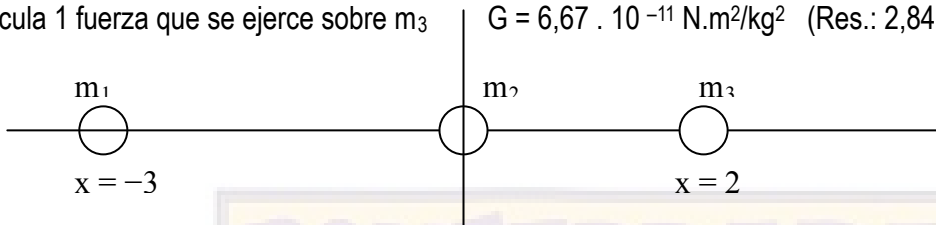


4 GRAVITACIÓN UNIVERSAL (1)

- 1.- Si el radio de la órbita circular de un planeta A es cuatro veces mayor que el de otro B, ¿en qué relación están sus periodos? ¿Y sus velocidades medias? (Res.: $T_A = 8 T_B$ $v_B = 2 v_A$)
- 2.- Calcula el valor de la constante de Kepler para los cuerpos que orbitan alrededor de la Tierra, sabiendo que la distancia media de la Luna a la Tierra es de $3,8 \cdot 10^8$ m y su periodo de 28 días.(Res.: $1,07 \cdot 10^{-13}$ s²/m²)
- 3.- Calcula la masa del Sol, sabiendo que la distancia media de la Tierra al Sol es de $1,496 \cdot 10^{11}$ m , el periodo es de 365,25 días y $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg²(Res.: $1,99 \cdot 10^{30}$ kg)
- 4.- Un planeta esférico tiene una densidad $\rho = 4$ g/cm³ y un radio $R = 5.000$ km ¿con qué fuerza atrae a una masa de 1 kg colocada en su superficie? ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) (Res.: 5,59 N)
- 5.- Calcula la velocidad de un satélite que gira en torno a la Tierra en una órbita estable a una altura de 25.000 m. ¿Cuántas vueltas completas da en 24 h? (Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6,378$ km ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg²) (Res.: $v = 7.892,6$ m/s $T = 5.097,3$ s 17 vueltas)
- 6.- ¿A qué distancia del Sol girará un planeta que tarda 400 días terrestres en dar la vuelta en su órbita? $K_K = 3 \cdot 10^{-19}$ s²/m³ (Res.: $1,58 \cdot 10^{11}$ m)
- 7.- Calcula la velocidad de traslación de un hipotético planeta que girase alrededor del sol a una distancia de dos mil millones de kilómetros (Dato $K_K = 3 \cdot 10^{-19}$ s²/m³)¿Qué tiempo tardaría en dar una vuelta a su órbita?(Res.: $T = 1,55 \cdot 10^9$ s $v = 8,1 \cdot 10^3$ m/s)
- 8.- Un satélite artificial gira en torno a la tierra a una distancia del centro igual a tres veces el radio de ésta. Sabiendo que $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6,378$ km ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg² ¿Cuál es el periodo del satélite?(Res.: $2,63 \cdot 10^4$ s)
- 9.- La velocidad areolar es el área que barre el radio vector de un planeta por unidad de tiempo. Calcula la velocidad areolar de la Tierra alrededor del Sol, suponiendo la órbita circular de radio $1,5 \cdot 10^{11}$ m. y $T = 365,25$ días (Res.: $2,228 \cdot 10^{15}$ m²/s)
- 10.- Determina la masa de la Tierra sabiendo que la distancia Luna – Tierra es de $3,84 \cdot 10^8$ m y el periodo de la luna es de 27,3 días. ? $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg² (Res.: $M_T = 6,02 \cdot 10^{24}$ kg)
- 11.- La relación entre las velocidades de dos planetas hipotéticos es 1/5 ¿Cuántas veces mayor es el año solar de uno con respecto al otro? (Res.: $T_1 = 125 T_2$)
- 12.- La masa de Marte, su radio, y el radio medio de su órbita alrededor del Sol, referidos a las magnitudes respectivas de la Tierra son 0,108 , 0,54 y 1,52. ¿Cuál es la duración del año marciano? (Res.: $T_{Mar} = 1,87 T_T$)
- 13.- Júpiter es el mayor de los planetas del sistema solar , tiene doce satélites. El más grande, Gamínedes, fue descubierto por Galileo en 1610 (es lo suficientemente grande como para poder ser visto con unos buenos binoculares). Está situado a 15 radios jovianos (R_j) del centro del planeta y tiene un periodo de 620.000 s. $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg² . Halla a) La densidad media de Júpiter b) El radio del planeta.(Res.: $\rho_j = 1,24 \cdot 10^3$ kg/m³ $7,15 \cdot 10^7$ m)
- 14.- Calcula la fuerza de atracción entre el electrón y el protón del átomo de hidrógeno. (Res.: $3,6 \cdot 10^{-47}$ N)
 Datos: Masa del protón: $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg Masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg Radio del átomo: $5,3 \cdot 10^{-11}$ m

15.- ¿A qué distancia de la Tierra la fuerza de la gravedad sobre un cuerpo sería nula, considera sólo la acción de la luna)? (Res.: $d_T = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$)

16.- Las tres masas m_1 , m_2 y m_3 de la figura tienen 100 g. E La escala de la gráfica está en centímetros. Calcula 1 fuerza que se ejerce sobre m_3 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ (Res.: $2,84 \cdot 10^{-10} \text{ N}$)



17.- Tres masas de 2 kg cada una están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 1 m de lado. Calcula la fuerza que se ejerce sobre cada masa como resultado de las interacciones de las otras. ¿Cuánto vale la suma de las tres fuerzas sobre una masa situada en el centro del triángulo? $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ (Res.: $4,76 \cdot 10^{-10} \text{ N}$)

18.- La distancia entre el Sol y Mercurio es $57,9 \cdot 10^6 \text{ km}$ y entre el Sol y la Tierra $149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$. Suponiendo que las órbitas de ambos planetas son circulares, calcula su velocidad de rotación alrededor del Sol. (Res.: Tierra $v = 29\ 810 \text{ m/s}$ Mercurio $47\ 930 \text{ m/s}$)

19.- Razona por qué motivo es imposible que un satélite artificial llegue a describir una órbita cuyo plano no pase por el centro de la Tierra, por ejemplo un plano paralelo al ecuador.

20.- a) Enuncia la primera y la segunda ley de Kepler sobre el movimiento planetario. b) Comprueba que la segunda ley de Kepler es un caso particular del teorema de conservación del momento angular.

21.- En la tabla siguiente se dan los valores de los periodos de un satélite (T) y los radios de las órbitas respectivas (r). Uno de los valores de r es erróneo; encuéntralo y da su verdadero valor, razonando la respuesta. (Res.: El segundo valor de r debe ser $0,374 \cdot 10^9 \text{ m}$)

T(años)	1,61	3,88	7,89
r . 10 ⁹ m	0,208	0,540	0,600

22.- La Tierra, en su órbita elíptica alrededor del Sol, presenta dos puntos, el afelio y el perihelio, en los que la velocidad es perpendicular a su vector posición respecto del Sol. Si en el afelio la velocidad de la Tierra es 30 km/s , y la distancia entre los centros de la Tierra y el Sol es $152 \cdot 10^6 \text{ km}$, calcula la velocidad de la Tierra en el perihelio, sabiendo que en ese punto la distancia entre el centro de la Tierra y el del Sol es $147 \cdot 10^6 \text{ km}$ (Res.: $v = 31,02 \text{ km/s}$)

23.- Un neutrón tiene una masa $1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ y puede considerarse una esfera de radio aproximado de $1,2 \text{ fm}$. Una estrella de neutrones tiene la misma densidad de masa que el neutrón. Para una estrella de neutrones con masa doble que la del Sol, $4,0 \cdot 10^{33} \text{ kg}$, determina:

a) Su densidad. b) Su radio. c) Cuánto pesaría un hombre de 70 kg en su superficie. Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ Res.: a) $\rho = 2,31 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$; b) $R = 1,6 \cdot 10^4 \text{ m}$; c) $P = 7,3 \cdot 10^{13} \text{ N}$

24.- Supón que la órbita de la Tierra en torno al Sol describe una circunferencia de radio $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y que la Tierra tarda $3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$ en completar dicha órbita. Determina: a) La masa del Sol. b) La fuerza que ejerce el Sol sobre la Tierra. (Res.: $M_S = 2,01 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; b) $F = 3,56 \cdot 10^{22} \text{ N}$)

25.- Calcula a qué distancia sobre la superficie terrestre se debe colocar un satélite artificial para que describa órbitas con un periodo de 24 h. $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg $R_T = 6\,378$ km (Res.: $r = 3,59 \cdot 10^7$ m)

5 CAMPO GRAVITATORIO (1)

1.- ¿A qué distancia han de encontrarse dos cuerpos puntuales de 1 kg para que la fuerza de atracción gravitatoria entre ellos fuese de 1 N? $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI (Res.: $8,17 \cdot 10^{-6}$ m)

2.- Con qué fuerza atrae la Tierra, de masa $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,378$ km a una persona de 65 kg situada en su superficie $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg² (Res.: 637 N)

3.- Tres masas iguales de 2 kg están situadas en los vértices de un cuadrado de lado unidad. Calcula a) el valor del campo gravitatorio en el vértice libre. b) La fuerza sobre una partícula de 1 kg situada en el vértice libre (Res.: $1,81 \cdot 10^{-10}$ (i - j) N/kg)

4.- Comprueba que la fuerza de recuperación elástica (dada por la ley de Hooke) es conservativa

5.- Calcula la altura sobre la superficie terrestre a la que hay que situarse, para que el valor de g sea la cuarta parte del que tiene en su superficie. (Res.: $h = R_T$)

6.- Calcula el valor del campo gravitatorio en el punto más alto de la Tierra (8 800 m) y calcula el incremento de peso que sufre una persona de 80 kg que viva en esas alturas, cuando desciende al nivel del mar. ($R_T = 6\,370$ km. $g_0 = 9,8$ m/s²) (Res.: $9,77$ m/s² 2,4 N)

7.- Calcula el trabajo necesario para llevar un cuerpo de 100 kg desde una órbita situada a 300 km de un satélite a otra situada a 600 km, sabiendo que la masa del satélite es de 10^5 kg ($G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) (Res: $-1,1 \cdot 10^{-9}$ J)

8.- Calcula el incremento de energía potencial que sufre un cuerpo de masa 10 kg, cuando cae desde una altura de 150 m hasta la superficie de la Tierra, y compara este resultado con el que se obtiene sin hacer la aproximación $R_T = R_T + h$ ($M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,378$ km $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) (Res.: - 14 700 J - 14 699,654)

9.- Calcula el potencial gravitatorio en un punto en el que $g = g_0/4$ y compáralo con el de la superficie terrestre. (Res.: $V = V_0/2$)

10.- Una persona de 65 kg asciende a una altura de 8.000 m sobre la superficie de la Tierra:

a) Calcula el incremento de potencial entre esas dos posiciones, considerando que la distancia es grande comparada con el radio de la Tierra. ($M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6\,378$ km $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI)

b) Calcula el incremento de energía potencial a partir del incremento del potencial.

c) Calcula el trabajo realizado e indica su signo. A partir de dicho signo indica si el trabajo lo ha realizado el campo gravitatorio o se ha realizado en contra del campo.

d) Compara el valor obtenido para el incremento de la energía potencial con el que se obtiene utilizando la simplificación $\Delta E_p = m g_0 h$, e indica el error relativo cometido. (Res.: 5 096 000 J 11,4 %)

11.- Si las distancias mínima y máxima de un satélite artificial al centro de la Tierra son 9 500 km y 8 700 km, respectivamente, y su periodo es de 18 horas, ¿cuáles son sus velocidades máxima y mínima? (Res.: 6 353 km/h y 3 037 km/h)

12.- Indica el tipo de órbita que describe un satélite de 100 kg de masa situado a 15 000 km del centro de la Tierra y cuya velocidad es de 7 293 m/s. Datos : $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI (Res.: Tray hiperbólica)

13.- a) Calcula la velocidad y el periodo de un satélite en una órbita a 6 000 km de la superficie de la Tierra. b) Indica el valor de su energía cinética y de su energía total si su masa es de 500 kg ($M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6 378$ km ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) (Res.: 5 677 m/s 8,05 · 10⁹ J)

14.- Sabiendo que el radio de la Tierra es de 6 378 km y $g_0 = 9,8$ N/kg, calcula la velocidad de escape de su superficie. ¿Cuál será la energía de escape de una nave de masa 100 kg? (Res.: 6,25 · 10⁹ J) b) Realiza el mismo ejercicio si el cuerpo fuese el Sol, sabiendo que $R_S = 109 R_T$ y que $g_{0S} = 7 g_{0T}$

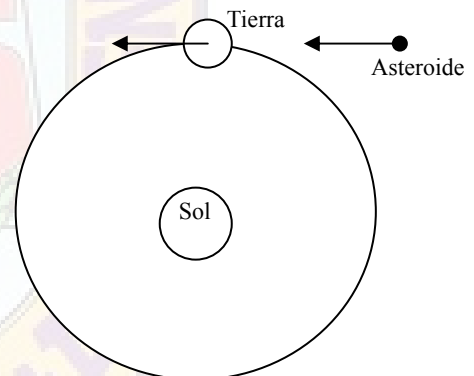
15.- Calcula el valor de la intensidad del campo y del potencial gravitatorio terrestre a una distancia r inferior al radio de la Tierra. Representa gráficamente la variación de esos valores desde $r = 0$ hasta $r = \infty$

16.- Un satélite de 100 kg está en órbita ecuatorial alrededor de la Tierra a una altura de 1 000 km. Calcula: a) la velocidad del satélite. b) ¿Cuánto tarda en pasar por el mismo punto de la vertical de la Tierra (teniendo en cuenta el movimiento de rotación diurno)? c) la energía total que tiene en la órbita. Datos: ($M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6 378$ km $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI) (Res.: 7,35 · 10³ m/s, 6,74 · 10³ s - 2,70 · 10⁹ J)

17.- Calcula el periodo y el radio de la órbita de un planeta que gira alrededor del Sol a una velocidad de 50 km/s. Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ S y Masa del Sol, $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg

18.- Se denomina agujero negro a una zona del espacio donde se encuentra concentrada la materia de tal forma que la velocidad de escape de esa zona es mayor que la de la luz. Calcula el valor del radio de la Tierra para que esta fuese un agujero negro. Datos G y M_T (Res.: 8,86 · 10⁻³ m)

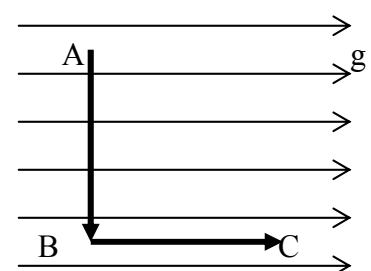
19.- Un asteroide de masa $6 \cdot 10^{20}$ kg y una velocidad de 40 km/s choca con la Tierra como indica la figura. Calcula la nueva velocidad lineal de la Tierra y el radio de su nueva órbita. ¿Cuánto durará el nuevo año terrestre? $M_S = 1,989 \cdot 10^{30}$ kg ; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI $K_K = 3 \cdot 10^{-19}$ SI 1 año = 365,25 días (Res.: 365,20 días)



20.- Supón que tu nave espacial realiza un aterrizaje en un planeta de otro sistema solar que tiene la misma masa por unidad de volumen que la Tierra, pero su radio es 10 veces el de la Tierra. ¿Cuál sería tu peso comparado con el que tienes en la Tierra? (Res.: $P = 10 P_T$)

21.- Un Astronauta con 100 kg de masa (incluido el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 km de diámetro y densidad media 2,2 g/cm³. Determina con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad? El astronauta carga ahora con una mochila de masa 40 kg ¿le será más fácil salir del planeta? ¿Por qué? $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI. (Res. : 1,33 m/s misma v_{escape} pero más energía)

22.- En una región del espacio existe un campo gravitatorio uniforme de intensidad g , representado en la figura por sus líneas de campo. a) Razona el valor del trabajo que se realiza para trasladar la unidad de masa desde el punto A al B y desde el B al C. b) Analiza las analogías y las diferencias entre el campo descrito y el campo gravitatorio terrestre.



23.- La masa del Sol es 324 440 veces mayor que la de la Tierra, y su radio, 108 veces mayor que el terrestre. a) ¿Cuántas veces es mayor el peso de un cuerpo en la superficie del Res que en la de la Tierra? b) ¿Cuál sería la altura alcanzada por un proyectil que se lanzase verticalmente hacia arriba desde la superficie Solar con una velocidad de 720 km/h? *Dato:* $g = 10 \text{ m/s}^2$ *Res.:* a) $P_S = 27,82 P_T$, b) $h = 72 \text{ m}$

24.- Un meteorito de 1 000 kg colisiona con otro, a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra, y pierde toda su energía cinética.

a) ¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía cinética tras la colisión?
b) Si cae a la Tierra, haz un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre? ¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida? ($M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6 400 \text{ km}$ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$) *Res.:* a) $P = 271,4 \text{ N}$, $E_c = 0 \text{ J}$ b) $v = 10 350 \text{ m/s}$

25.- ¿Cómo puede definirse la intensidad de un campo gravitatorio? ¿Y el potencial gravitatorio de dicho campo? Determina, mediante la aplicación de estas definiciones, a partir de la ley de Newton de la gravitación universal, la intensidad y el potencial gravitatorios generados por dos cuerpos puntuales A y B de masa 1 000 kg situados contiguos en los vértices de un cuadrado de lado 20 km en uno de los otros vértices, C.

Res.: $g = (-8,33 \cdot 10^{-17}, -2,53 \cdot 10^{-16}) \text{ N/kg}$ $U = -5,7 \cdot 10^{-12} \text{ J/kg}$

26.- Un saltador aéreo acrobático de masa m cae en línea recta a través del aire con una velocidad cuyo módulo es 140 km/h. ¿Cuál es el trabajo realizado en 120 s por la fuerza resultante que actúa sobre el saltador? $G = 9,8 \text{ m/s}^2$ (*Res.:* $T = 45 630 \text{ m J}$)

27.- a) ¿Cómo se define la gravedad en un punto de la superficie terrestre? ¿Dónde será mayor la gravedad. en los polos o en un punto del ecuador?

b) ¿Cómo varía la gravedad con la altura? ¿Qué relación existe entre la gravedad a una altura h y la gravedad en la superficie terrestre?

28.- El Gobierno español pretende lanzar un satélite geostacionario de comunicaciones, pero en el último momento se reduce drásticamente el presupuesto del proyecto de forma que la energía disponible queda reducida a la mitad de la estrictamente necesaria. A pesar de todo, se lanza el satélite.

Determina el radio de la órbita circular que podría conseguirse con la nueva energía de lanzamiento.

Datos: $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6 400 \text{ km}$ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ (*Res.:* $r = 5,95 \cdot 10^6 \text{ m}$)

29.- Un satélite de 2 000 kg de masa describe una órbita ecuatorial circular alrededor de la Tierra de 8 000 km de radio. Determina: a) Su momento angular respecto al centro de la órbita. b) Sus energías cinética, potencial y total. *Datos:* $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ *Respuesta:* a) $L = 1,13 \cdot 10^{14} \text{ kg}$ b) $E_c = 4,98 \cdot 10^{10} \text{ J}$, $E_p = -9,96 \cdot 10^{10} \text{ J}$; $E = -4,98 \cdot 10^{10} \text{ J}$

30.- El vehículo espacial *Apollo 8* estuvo en órbita circular alrededor de la luna 113 km por encima de su superficie. Calcula: a) El periodo del movimiento. b) Las velocidades lineal y angular del vehículo. c) La velocidad de escape de la atracción lunar desde esa posición. *Datos:* $M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1 740 \text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ *Res.:* a) $T = 7 153 \text{ s}$ b) $v = 1,63 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, c) $v_e = 2,3 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

31.- Se pone en órbita un satélite artificial de 600 kg a una altura de 1 200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcula: a) Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite.

b) Qué energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita. *Datos:* $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6 370 \text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$ Radio medio de la Tierra, $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ (*Res.:* a) $\Delta E_p = 5,96 \cdot 10^9 \text{ J}$; b) $E = 1,58 \cdot 10^{10} \text{ J}$)

32.- Un satélite artificial de 1,2 t se eleva a una distancia de 6500 km del centro de la Tierra y se le da un impulso mediante cohetes propulsores para describa una órbita circular alrededor de la Tierra: a) ¿qué velocidad deben comunicar los cohetes para que tenga lugar ese movimiento? b) ¿cuánto vale el trabajo realizado para llevarlo de la superficie de la Tierra a esa altura? c) ¿cuál es la energía total del satélite? Datos: $R_{\text{Tierra}} = 6,36 \times 10^6$ m; $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ Sol.: a) $v = 7.809 \text{ m/s}$; b) $W = -1,61 \cdot 10^9 \text{ J}$; c) $E_T = -3,659 \cdot 10^{10} \text{ J}$

33.- ¿Qué le ocurre al periodo de un péndulo según se va disminuyendo la longitud del péndulo?

